PART3　対数関数のグラフ，対数関数の性質

例題

次の数の大小を，不等号を用いて表せ。

(1)　$\log_{\frac{1}{2}}3$，-1，$\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}5$　　(2)　$\log_3 5$，$4\log_9 2$，1

Point Pickup

練習

次の数の大小を，不等号を用いて表せ。

(1)　$2\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}$，0，$-\log_{\frac{1}{2}}3$　　(2)　$\log_2 3$，1，$\log_4 10$

第12講　PART3 確認問題

次の数の大小を，不等号を用いて表せ。

1　$4\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2}$，$-1$，$-\log_{\frac{1}{3}}2$

ア

① $-1<-\log_{\frac{1}{3}}2<4\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2}$

② $-\log_{\frac{1}{3}}2<-1<4\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2}$

③ $4\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2}<-1<-\log_{\frac{1}{3}}2$

④ $4\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2}<-\log_{\frac{1}{3}}2<-1$

2　2，$\log_2 5$，$\log_4 20$

イ

① $2<\log_2 5<\log_4 20$

② $2<\log_4 20<\log_2 5$

③ $\log_4 20<\log_2 5<2$

④ $\log_2 5<\log_4 20<2$

PART3　対数関数のグラフ，対数関数の性質

例題

次の数の大小を，不等号を用いて表せ。

(1)　$\log_{\frac{1}{2}}3$，-1，$\dfrac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}5$　　　　(2)　$\log_3 5$，$4\log_9 2$，1

(1)　$-1=\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}=\log_{\frac{1}{2}}2$，　$\dfrac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}5=\log_{\frac{1}{2}}5^{\frac{1}{2}}=\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{5}$

真数の大小について　$2<\sqrt{5}<3$

底 $\dfrac{1}{2}$ は 0 より大きく 1 より小さいから　$\log_{\frac{1}{2}}3<\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{5}<\log_{\frac{1}{2}}2$

よって　$\log_{\frac{1}{2}}3<\dfrac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}5<-1$

(2)　$4\log_9 2=4\cdot\dfrac{\log_3 2}{\log_3 9}=4\cdot\dfrac{\log_3 2}{2}=2\log_3 2=\log_3 2^2=\log_3 4$，$1=\log_3 3$

真数の大小について　$3<4<5$

底 3 は 1 より大きいから　$\log_3 3<\log_3 4<\log_3 5$

よって　$1<4\log_9 2<\log_3 5$

練習

次の数の大小を，不等号を用いて表せ。

(1)　$2\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}$，0，$-\log_{\frac{1}{2}}3$　　(2)　$\log_2 3$，1，$\log_4 10$

(1)　$2\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}=\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{3})^2=\log_{\frac{1}{2}}3$，$0=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^0=\log_{\frac{1}{2}}1$，

$-\log_{\frac{1}{2}}3=\log_{\frac{1}{2}}3^{-1}=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$

真数の大小について　$\frac{1}{3}<1<3$

底 $\frac{1}{2}$ は 0 より大きく 1 より小さいから　$\log_{\frac{1}{2}}3<\log_{\frac{1}{2}}1<\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$

よって　$2\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}<0<-\log_{\frac{1}{2}}3$

(2)　$1=\log_2 2$，$\log_4 10=\frac{\log_2 10}{\log_2 4}=\frac{\log_2 10}{2}=\frac{1}{2}\log_2 10=\log_2 10^{\frac{1}{2}}=\log_2\sqrt{10}$

真数の大小について　$2<3<\sqrt{10}$

底 2 は 1 より大きいから　$\log_2 2<\log_2 3<\log_2\sqrt{10}$

よって　$1<\log_2 3<\log_4 10$

第 12 講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：③

[解説]

それぞれを変形すると [A]

$$4\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2}=\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{2})^4=\log_{\frac{1}{3}}2^2$$

$$=\log_{\frac{1}{3}}4$$

$$-1=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=\log_{\frac{1}{3}}3$$

$$-\log_{\frac{1}{3}}2=\log_{\frac{1}{3}}2^{-1}=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$$

真数の大小について　$\frac{1}{2}<3<4$

底 $\frac{1}{3}$ は 0 より大きく 1 より小さいから [A]

$$\log_{\frac{1}{3}}4<\log_{\frac{1}{3}}3<\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$$

よって　$\mathbf{4\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2}<-1<-\log_{\frac{1}{3}}2}$

[A]　対数で表された数の大小比較は，「底」を揃えた上で，対数関数の性質
・$a>1$ のとき
　$0<p<q \iff \log_a p<\log_a q$
・$0<a<1$ のとき
　$0<p<q \iff \log_a p>\log_a q$
を利用して行う。

2 [正解] イ：②

[解説]

2，$\log_4 20$ を変形すると [B]

$$2=\log_2 2^2=\log_2 4$$

$$\log_4 20=\frac{\log_2 20}{\log_2 4}=\frac{\log_2 20}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\log_2 20=\log_2 20^{\frac{1}{2}}$$

$$=\log_2 \sqrt{20}$$

真数の大小について　$4<\sqrt{20}<5$

底 2 は 1 より大きいから [B]

$$\log_2 4<\log_2 \sqrt{20}<\log_2 5$$

よって　$\mathbf{2<\log_4 20<\log_2 5}$

[B]　対数で表された数の大小比較は，「底」を揃えた上で，対数関数の性質
・$a>1$ のとき
　$0<p<q \iff \log_a p<\log_a q$
・$0<a<1$ のとき
　$0<p<q \iff \log_a p>\log_a q$
を利用して行う。